1) Mostrar que el conjunto de funciones continuas $f : [a, b] \to \mathbf{R}$ es un espacio vectorial real. Mostrar que el conjunto de funciones continuas no negativas $f : [a, b] \to \mathbf{R}_+$ no es un espacio vectorial real.

2) Mostrar que los siguientes son espacios metricos

- El conjunto S de enteros, con la metrica $\rho(x, y) = |x - y|$
- El conjunto S de funciones continuas estrictamente crecientes que toma valores en [a,b] con la metrica $\rho(x, y) = \underset{t \in [a,b]}{Max} |x(t) - y(t)|$.

3) Mostrar que los siguientes son espacios vectoriales normados

- S = $\mathbf{R^l}$, con la norma Euclideana $\|x\| = \left(\sum_{i=1}^{n} (x_i)^2\right)^{1/2}$ (ayuda: desigualdad de Cauchy-Schwarz establece que para cualquier par $x, y \in \mathbf{R^l}$ $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right)^2 \leq \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i^2$)
- S = $\mathbf{R^l}$, con la norma $\|x\| = \underset{i}{max} |x_i|$
- S = conjunto funciones continuas que toma valores en [a,b] con la norma $\|x\| = \underset{t \in [a,b]}{sup} |x(t)|$.

4) Mostrar que si x_n es una secuencia de Cauchy, entonces x_n esta acotada (existe $A > 0$; $\|x_n\| \leq A \forall n$.

5) Mostrar que si T es una contraccion en S, entonces T es uniformemente continuo, i.e., para todo $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que para todo $x, y \in S$ con $\rho(x, y) < \delta \Rightarrow \rho(Tx, Ty) < \epsilon$.

6) Sea (S, ρ) y T definidos como en theorem 3.2 de SLP. Si β denota el modulo de T y $v_0 \in S$, mostrar que

$$\rho(T^n v_0, v) \leq \frac{1}{1 - \beta} \rho(T^n v_0, T^{n+1} v0)$$