1) Ejercicio 4.5 de SLP. Considere el problema

$$v(k) = \underset{k' \in \Gamma(k)}{Max} \left\{ U(f(k) - k') + \beta v(k') \right\}.$$

con

$$\Gamma(k) = [0, f(k)].$$

Asumir que las funciones U, f, y v son estrictamente crecientes, estrictamente concavas, con derivadas primeras continuas, y con policy function g que satisface $0 < g(k) < f(k)$ para todo k. Usando la condicion de primer orden

$$-U'\left[f(k) - g(k)\right] + \beta v'(g(k)) = 0,$$

mostrar que g es estrictamente creciente y tiene pendiente menor que f, esto es:

$$0 < g(k') - g(k) < f(k') - f(k), \qquad \text{para } k' > k.$$

No es necesario asumir que g es diferenciable.

2) Considere el siguiente problema de crecimiento neoclasico donde el consumidor tambien obtiene utilidad por las horas dedicadas al ocio

$$\begin{aligned} &\underset{\{k_{t+1}, n_t\}_{t=0}^{\infty}}{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, n_t) \\ s.t. \quad &0 \leq c_t \leq F(k_t, n_t) - k_{t+1} \\ &k_{t+1} \geq 0 \quad \forall t = 0, 1, ... \\ &n_t \in [0, 1] \quad \forall t = 0, 1, ... \end{aligned}$$

i) Plantear la formulacion recursiva de dicho problema.

ii) Asumir $U(c, n) = log(c) + \theta log(1 - n)$, con $\theta > 0$ y $F(k, n) = Ak^{\alpha} n^{1-\alpha}$, con $A > 0$ y $\alpha \in (0, 1)$. Se cumplen los supuestos 4.3 - 4.9 de SLP? Encontrar la solucion analitica del problema recursivo.

iii) Como depende la tasa de crecimiento del ratio k/n?