



Universidad de la República
Facultad de Ciencias Sociales
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Notas Docentes

Números Índices

Marisa Bucheli

Nota Docente No. 07

NOTAS DOCENTES
INTRODUCCIÓN A LA ECONOMÍA
DIPLOMA DE ECONOMÍA PARA NO ECONOMISTAS

NÚMEROS ÍNDICES

Marisa Bucheli

ÍNDICE

| | |
|--|----|
| INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| I. ÍNDICES SIMPLES..... | 2 |
| II. ÍNDICES PONDERADOS..... | 4 |
| A. LAS CANTIDADES Y LOS ÍNDICES DE CANTIDADES..... | 5 |
| B. LOS ÍNDICES DE PRECIOS..... | 9 |
| III. ALGUNAS APLICACIONES Y EXTENSIONES..... | 10 |
| A. ELECCIÓN DEL PERÍODO BASE..... | 10 |
| B. CORRIMIENTO DE BASE..... | 11 |
| IV. SERIES DE TIEMPO..... | 12 |
| EJERCICIOS..... | 16 |

INTRODUCCIÓN

Buena parte de la información que necesitamos en economía puede ser expresada en cifras, como es el caso de la referida a precios, cantidades (o volúmenes) y valores monetarios (o cantidades monetarias) de bienes, servicios y activos. Los valores monetarios se obtienen multiplicando precio por volumen. (Comúnmente, la expresión "valor monetario" se omite y así por ejemplo se habla de "las ventas de carne" y no del "valor monetario de las ventas de carne". A su vez, las expresiones "cantidad" y "precio" no suelen omitirse).

Usualmente dichos indicadores están referidos a un período de tiempo. Las variables que se definen en un punto del tiempo se denominan variables de *stock*, y sus cantidades o valores se miden en un momento dado. Por ejemplo, el valor de los bienes de capital en una empresa se mide en un día determinado. A su vez, si consideramos las inversiones en bienes de capital de la misma empresa en el último año, nos referimos a un flujo que ocurre entre dos momentos del tiempo. La inversión se realiza más o menos continuamente a lo largo del tiempo, y para medir la inversión anual se deben sumar todas las inversiones realizadas entre el principio y el fin del período. Las variables de *flujo* miden cambios en las variables de stock entre estos dos momentos. Los precios se registran en un punto del tiempo (por ejemplo, el tipo de cambio vendedor del Banco Central a fin de mes), aunque puede considerarse el promedio de varios períodos (tipo de cambio promedio del año) .

A menudo conocer el nivel exacto que una variable toma en un momento dado (por ejemplo, el valor que las exportaciones uruguayas a la Argentina alcanzaron en 1990) nos interesa menos que la evolución de este nivel, ya sea para compararlo con el nivel de la misma variable en otro período o para considerar la evolución de esta variable en relación con la de otras. Para ello recurrimos a los llamados números índices (o índices, a secas), que nos reflejan las variaciones de precios, volúmenes y valores omitiendo información sobre sus niveles.

Siguiendo a Freund et al (1990) podemos explicar el significado de número índice diciendo simplemente: " Los números índices se utilizan para medir o indicar cuánto ha cambiado algún elemento de un tiempo a otro o cómo se compara algo con otra cosa" ^{1/}. Mason y Lind (1992) definen un número índice

^{1/} Freund, John; Williams, Krank; Perles, Benjamin. Estadística para la Administración. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México, 1990

como la "relación en porcentaje que mide el cambio de un tiempo a otro en precio, cantidad, valor o algún otro elemento de interés" ^{1/}.

^{2/} Mason...

En estas notas presentamos en primer lugar la construcción de índices simples (capítulo I). Estos se utilizan cuando estamos describiendo transacciones que involucran la misma unidad de medida. Para analizar una economía en su conjunto, en que precios y cantidades se expresan en diferentes unidades, precisamos medidas que resuman la información contenida en los mismos y resulten representativas del conjunto ^{1/}. Para ello recurrimos a índices ponderados (capítulo II) . En el capítulo III presentamos algunas extensiones y aplicaciones de los índices, y en el capítulo IV realizamos una breve reseña sobre las series de tiempo. Si bien nos referiremos solamente a la elaboración de números índices referidos a precios, cantidades o valores monetarios, cabe señalar que los índices también pueden construirse para otro tipo de indicadores, como es el caso de las medidas de distribución del ingreso.

I. ÍNDICES SIMPLES

Cuando estamos interesados en describir las transacciones de un único bien, la construcción de un número índice del precio, de la cantidad y del valor es sumamente sencilla. Supongamos que tenemos los niveles de dichas variables para n períodos (años, trimestres, meses, etc.) e identificamos al precio, la cantidad y el valor con las letras p , q y v respectivamente . Para la construcción de los índices respectivos, en primer lugar debemos elegir el período base. Supongamos que la base es t ; i períodos después, esto es en el período $t+i$, los valores de los números índices para el precio, cantidad y valor serán respectivamente:

$$I_{p,t+i} = \frac{p_{t+i}}{p_t} - 100 \quad I_{q,t+i} = \frac{q_{t+i}}{q_t} - 100 \quad I_{v,t+i} = \frac{v_{t+i}}{v_t} - 100$$

Obviamente, en el período base el número índice tomará el valor 100. En los demás períodos, los índices con valores inferiores al 100 indican un decrecimiento del nivel de la variable con respecto al período base; los valores superiores al 100, indican un incremento.

^{3/} Los valores monetarios se expresan en unidades homogéneas: unidades monetarias. Puede suceder que existan datos expresados en diferentes monedas pero ello se soluciona fácilmente utilizando el tipo de cambio.

En el ejemplo del cuadro 1, en las columnas 2 y 3 presentamos la información para cuatro años de la cantidad vendida de alfajores en un almacén y del precio de venta de cada alfajor en cada año. En la columna 4 aparece el valor de las ventas anuales, calculado como la multiplicación de las columnas 2 y 3.

Cuadro 1: Ventas de alfajores

| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
|-----|-----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Año | Cantidad vendida (unidades) | Precio de venta (\$) | Valor monetario (\$) | Índice de volumen físico (1=100) | Índice de precio (1=100) | Índice de valor (1=100) |
| 1 | 850 | 4 | 3400 | 100 | 100 | 100 |
| 2 | 952 | 5 | 4760 | 112 | 125 | 140 |
| 3 | 1189 | 7 | 8323 | 139,9 | 175 | 244,8 |
| 4 | 1011 | 8 | 8088 | 118,9 | 200 | 237,8 |

Tomando como base el año 1, el índice del precio en el año 2 toma el valor 125 (que surge de $125 = 5/4 \times 100$). Ello indica que el precio del alfajor ha crecido 25% entre el año 1 y 2. Análogamente, los datos han permitido construir otros dos índices que indican, para el año 2, un crecimiento de 12 % del volumen de ventas y de 40% del valor monetario de las ventas.

La cantidad, precio y valor de los años 2 a 4 son superiores a los del año 1, lo que se refleja en números índices superiores a 100 y en variaciones positivas. En el año 4, en que el volumen de ventas es inferior al del año anterior, el índice de cantidad con base en el año 3 es igual a 85 (pues $[1011/1189-1] \times 100 = 85$). La variación indica una caída del volumen de ventas de 15% ($85/100 - 1 = - 0,15$).

Podría haberse tomado como base un período más amplio que aquel al que se refieren los datos. Por ejemplo, si hubiéramos seleccionado como base al promedio de los años 1 y 2, el dato del período de referencia sobre el cual construimos el índice habría sido la media aritmética de los niveles de los dos años. Así, el precio del período base sería $(4+5)/2 = 4,5$. La variación de los índices de cada año con respecto al número 100 reflejaría la variación del precio con respecto a un nivel de 4,5.

Cuando presentamos información sobre un índice, debemos siempre especificar el período base. En el ejemplo del cuadro 1 hemos escrito "1=100", indicando que el período base es el año 1. Asimismo, podríamos escribir: "Base: año 1=100" o "año 1 =100".

II. ÍNDICES PONDERADOS

Por lo general estamos también interesados en la descripción de la economía en su conjunto y no solamente en lo referente a un bien. Para ello precisamos medidas que resuman los cambios en la evolución de los precios, cantidades y valores monetarios del conjunto de la economía.

Comencemos por el valor monetario. Supongamos que una panadería produce pan y galletas. De acuerdo a lo que hemos visto hasta ahora, podemos calcular el valor de la producción del pan multiplicando la cantidad producida por el precio unitario, y análogamente calcular el valor de la producción de galletas. Ambas variables están expresadas en una misma unidad por lo que podemos sumarlas para obtener el valor de la producción de la panadería. El número índice correspondiente puede construirse tal como hemos visto cuando expusimos los índices simples.

En términos generales, el valor monetario de las ventas, producción, compras, etc. de un conjunto de bienes se mide como la suma de los valores monetarios de las ventas, producción, compras, etc. de cada bien del conjunto. Esto es posible porque los valores monetarios correspondientes a cada bien están expresados en la misma unidad (pesos, dólares, francos, etc.). La homogeneidad de la unidad monetaria permite trabajar con números índices simples.

Sin embargo, los precios y cantidades no suelen estar medidos en la misma unidad. Supongamos que la cantidad producida de galletas se mide en kilogramos y la de pan, en unidades. ¿Cómo calcular el volumen de producción de la panadería y su índice respectivo? ^{1/} A su vez, el precio de las galletas se mide en pesos por kilogramo y el del pan, en pesos por unidad. ¿Cómo estimar un precio promedio de los bienes producidos por la panadería y su respectivo índice?

^{1/} El índice de volumen de la producción suele denominarse también índice de volumen físico.

A. LAS CANTIDADES Y LOS ÍNDICES DE CANTIDADES

La comparación de los valores monetarios (de ventas, producción, compras, etc.) del total de los bienes considerados entre dos períodos no nos indica lo que ha sucedido con el volumen puesto que parte de la eventual variación se debe a los cambios en los precios.

Para poder comparar las cantidades (vendidas, producidas) de un conjunto heterogéneo de bienes en dos períodos, se trata de aislar, en la variación total del valor monetario, aquella parte que puede atribuirse solamente a cambios en la cantidad. Para ello recurrimos a construir para cada bien un valor monetario ficticio para cada período, en el que la cantidad es la que corresponde al período, pero el precio es una cifra constante en el tiempo. Estos valores monetarios obtenidos para cada bien pueden ser sumados, debido a que están expresados en una misma unidad.

Las variaciones de los valores ficticios del conjunto de bienes entre distintos períodos, responden ahora solamente a los cambios en las cantidades, puesto que los precios con los que se han calculado son idénticos en todos los períodos. Ahora que hemos encontrado un indicador del nivel de cantidades (vendidas, producidas, etc.) de un conjunto heterogéneo, podemos construir un índice simple de dicho indicador, obteniendo así un índice de volumen del conjunto heterogéneo.

¿Cuáles son los precios utilizados para realizar la estimación de dicho valor monetario "ficticio"? Se recurre a escoger los precios observados en algún período, al que se le denomina período base. Obviamente, el valor "ficticio" del período base es el verdadero valor monetario de dicho período. Se denomina índice de Laspeyres cuando se opta por los precios de un período pasado, mientras que el índice de Paasche toma los precios actuales.

En el cuadro 2 presentamos los datos del volumen de producción de una panadería que produce pan y galletas y los precios de venta de cada bien. Ello nos permite calcular los valores de producción de cada bien y de la panadería en su conjunto, tal como aparecen en el mismo cuadro.

Cuadro 2: Producción de pan y galletas

| (1) Año | (2) Galletas (k) | (3) Precio (\$/k) | (4) Valor (\$) | (5) Pan (unidades) | (6) Precio (\$/u.) | (7) Valor (\$) | (8) Valor total (\$) |
|------------|------------------------|-------------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------|----------------------------|
| 1 | 1250 | 10 | 12500 | 1875 | 4 | 7500 | 20000 |
| 2 | 1250 | 20 | 25000 | 1875 | 5 | 9375 | 34375 |
| 3 | 1375 | 20 | 27500 | 2250 | 5 | 11250 | 38750 |
| 4 | 1650 | 24 | 39600 | 2610 | 8 | 20880 | 60480 |

A su vez, a partir de los datos del cuadro 2, en el cuadro 3 hemos calculado un valor de la producción utilizando los precios del año 1.

Cuadro 3: Producción de pan y galletas a precios del año 1

| (1) Año | (2) Galletas (k) | (3) Pan (unidades) | Valor de la producción de las galletas a precios del año 1 | | | (7) Índice de volumen físico (1=100) |
|------------|------------------------|--------------------------|--|------------|--------------|--|
| | | | (4) Galletas | (5) Pan | (6) Total | |
| 1 | 1250 | 1875 | 12500 | 7500 | 20000 | 100 |
| 2 | 1250 | 1875 | 12500 | 7500 | 20000 | 100 |
| 3 | 1375 | 2250 | 13750 | 9000 | 22750 | 113,75 |
| 4 | 1650 | 2610 | 16500 | 10440 | 26940 | 134,7 |

En la cuarta y quinta columna del cuadro 3 se presentan los valores de producción de galletas y pan de cada año, valuados a \$10 el kilo de las primeras y a \$4 la unidad del segundo, esto es, a precios del año 1. La sexta columna es la suma de las dos anteriores. Los resultados obtenidos en cada una de estas columnas se denominan **valor de la producción a precios constantes** de las galletas, del pan y de la panadería respectivamente, para los años 1 a 4.

Así, hablamos de valor de las ventas a precios constantes, compras a precios constantes, etc., en oposición al valor (de la producción, de las ventas, etc.) **a precios corrientes**, los cuales se refieren a los valores monetarios calculados con los precios verdaderos de cada período. Hablar de "valores a precios constantes" es sinónimo de hablar de **valores reales**. Hablar de "valores a precios corrientes" es lo mismo que hablar de **valores nominales**. Así, podemos decir que el valor real de la producción de la panadería en el año 4 fue 26.940 a precios del año 1.

Al presentar datos en precios constantes, siempre debemos hacer referencia al período del precio fijado para el cálculo, esto es, la base. Para identificarla, en los encabezados suelen utilizarse expresiones como "precios constantes del año ..." o simplemente "precios del año ..." o, aún, "precios constantes (base = año ...)".

A partir del valor de la producción a precios constantes de la panadería podemos construir un número índice simple, el cual aparece en la columna 7 del cuadro 3.

En resumen, lo que hemos hecho es calcular un valor constante VC a precios de un período base que denominaremos t , para un conjunto de n bienes. Para el período base y para el período $t+i$:

$$VC_t = p_t^0 q_t^0 + p_t^1 q_t^1 + \dots + p_t^n q_t^n$$

$$VC_{t+i} = p_t^0 q_{t+i}^0 + p_t^1 q_{t+i}^1 + \dots + p_t^n q_{t+i}^n$$

Puesto que VC es una variable que se expresa en unidades monetarias, podemos construir un índice simple de VC. Este índice refleja únicamente la evolución de las cantidades producidas, ya que los precios no varían de año a año. Un índice de cantidades producidas se denomina **índice de volumen físico**.

Si denominamos con la letra j al bien, el cálculo del índice para i períodos después puede resumirse en

$$I_{q,t+i} = \frac{VC_{t+i}}{VC_t} - 100 = \frac{\sum_j q_{j,t+i} p_{j,t}}{\sum_j q_{j,t} p_{j,t}} - 100$$

la siguiente fórmula:

$$I_{q,t+i} = \frac{\sum_j q_{j,t+i} P_{j,t}}{\sum_j q_{j,t} P_{j,t}} - 100 = \sum_j \left(\frac{q_{j,t+i}}{q_{j,t}} \right) \frac{P_{j,t} q_{j,t}}{\sum_j q_{j,t} P_{j,t}} - 100$$

Reordenando la expresión del índice de volumen físico se puede mostrar que es decir, los índices de cantidad son una suma ponderada de los índices simples de cantidad de todos los bienes, en la cual los ponderadores son la proporción que el valor monetario de estos bienes representa en el valor monetario total en el período base.

$$\frac{I_{q,t+i} - I_{q,t}}{I_{q,t}} = \frac{\sum_j (q_{j,t+i} P_{j,t} - q_{j,t} P_{j,t})}{\sum_j q_{j,t} P_{j,t}} = \sum_j \frac{q_{j,t} P_{j,t} \left(\frac{q_{j,t+i}}{q_{j,t}} \right)}{\sum_j q_{j,t} P_{j,t}}$$

La variación del índice de volumen será:

La variación de la cantidad (producida, vendida, etc.) total es igual a la suma ponderada de las variaciones de las cantidades de los distintos bienes. El ponderador para cada bien es igual a la participación del valor monetario (de la producción, etc.) de dicho bien en el valor monetario del conjunto de bienes, en el año base.

El índice que hemos construido es un índice agregado, y es, a diferencia del índice simple, una medida que refleja la evolución del conjunto de todos los bienes.

Retomando el ejemplo, el índice de volumen físico nos indica un crecimiento del nivel de actividad de la panadería de 13.75% en el año 3 respecto al año 2. Sabemos que para el año base, la participación del valor de la producción de las galletas en el total es $12.500/20.000 = 0.625$ y la del pan, $7.500/20.000 = 0.375$. Por otra parte, el índice de volumen físico de la producción de galletas en el año 3 ha crecido 10% con respecto al año 2 ($1375/1250 - 1 = 0,10$) y el del pan, 20%. La variación del índice de volumen físico de la panadería será igual al promedio (ponderado) del crecimiento de la producción de cada bien: $10 \times 0,625 + 20 \times 0,375 = 13,75$.

El índice de cantidades de Paasche se calcula fijando los precios en su nivel del período corriente. Si denominamos con la letra t al período actual y j al bien, i períodos después el índice se calculará como:

$$I_{p,t+i} = \frac{\sum_j p_{j,t+i} q_{j,t+i}}{\sum_j p_{j,t+i} q_{j,t}} - 100$$

El método de Paasche tiene la ventaja de usar ponderaciones actuales, pero es muy difícil de elaborar en la práctica ya que requiere revisarlas continuamente. Por ello, es más común la construcción de índices de Laspeyres.

B. LOS ÍNDICES DE PRECIOS

Los índices de precios se construyen en forma análoga a los de cantidades. Pueden ser vistos como índices de valor, en los que se fijan las cantidades al nivel del año base y se admite la variación en los precios. También pueden ser considerados como una suma ponderada de los índices simples de precios de cada bien, en la que los ponderadores son las participaciones de cada uno de los bienes en el valor monetario total en el año base. El índice de Laspeyres se define como:

$$I_{p,t+i} = \frac{\sum_j q_{j,t} p_{j,t+i}}{\sum_j q_{j,t} p_{j,t}} - 100$$

El índice de Paasche se calcula como:

$$I_{p,t+i} = \frac{\sum_j p_{j,t+i} q_{j,t+i}}{\sum_j p_{j,t} q_{j,t+i}} - 100,$$

La diferencia entre ambos índices está dada por el nivel de las cantidades consideradas para construir los ponderadores, y sus ventajas y desventajas relativas son las mismas que se han comentado al considerar los índices de cantidad correspondientes.

III. ALGUNAS APLICACIONES Y EXTENSIONES

A. ELECCIÓN DEL PERÍODO BASE

En el período 2 del ejemplo, la producción de pan y la de las galletas son iguales a las del año 1. Como resultado, el índice de volumen físico de la panadería en el año 2 es igual al del año 1. Ello es independiente de la elección del período base.

Sin embargo, si la evolución de la producción de los distintos bienes que componen el conjunto es diferente, la evolución del índice de producción total depende del período base. Esto se debe a que el impacto de la variación de cantidad de cada bien sobre la variación del volumen total depende de la ponderación de cada bien, que como vimos, es la participación del valor de la producción del bien en el valor total. Por ejemplo, vimos que en el año 3 el nivel de actividad de la panadería creció 13.75% respecto al año 2 en base 1. Esto era resultado de un crecimiento de la producción de galletas de 10%, con una ponderación de 0.625, y de un aumento de la producción de pan del 20%, ponderado por 0.375. Si trabajamos en base al año 2, la participación del valor monetario de la producción de las galletas y el pan en el total será $25.000/34.375 = 0.727$ y $9.375/34.375 = 0.273$. Así, en base 2, en el año 3 el nivel de actividad crecería 12.73% (o sea $0.727 \times 10 + 0.273 \times 20$).

Asimismo, el efecto de la variación del precio de cada bien sobre el índice medio de precios depende de las ponderaciones que se fijan en el año base.

Debido a que el período base nos da las ponderaciones que utilizaremos, suele recomendarse como criterio para su elección el que se trate de un período "normal". Por ejemplo, pensemos en la elección de un período base para la estimación del producto a precios constantes en una economía. Si en un determinado año el país sufre una sequía, los precios agropecuarios serán extraordinariamente altos. Tomar ese año como base significará un importante -en relación a otros años- peso del sector agropecuario y por lo tanto, las variaciones de la actividad de este sector tendrán un mayor impacto en la variación del índice de la producción del país que si otro año hubiera sido tomado como base.

Un segundo aspecto a tener en cuenta es que las ponderaciones fijas del índice de Laspeyres tienen como consecuencia, a medida que transcurre el tiempo, un alejamiento de la realidad considerada "normal" en determinado período. Por ejemplo, si calculamos el índice de precios de la canasta familiar del Uruguay en base a la estructura de consumo de 1960, no incorporaríamos bienes como los video-caseteros o las televisiones en color, etc., mientras que deberíamos relevar precios de bienes inexistentes como los de las botellas de leche de 1 litro. Esto significa que aunque deben mantenerse durante cierto período, aún en un índice de Laspeyres los períodos base deben ir cambiando en el tiempo.

La necesidad de cambiar la base conlleva un problema adicional: si tenemos un índice en base 1980 y estimamos nuevas ponderaciones para 1990, ¿cuál es la variación entre 1989 y 1990, o entre 1988 y 1991? Al proceso de construir una serie a partir de dos o más series de distinta base se le denomina **empalmar** las series, y a la serie resultante, se le denomina **serie empalmada**.

A veces, las series son empalmadas en forma muy simple: se aplica la variación obtenida con la serie anterior a la nueva base. Este proceso consiste simplemente en lo que se denomina **corrimiento de la base**.

B. CORRIMIENTO DE BASE

Cuando dos o más índices tienen la misma base, pueden compararse directamente. En el cuadro 5 aparecen los índices de precios de los alimentos y bebida, de la vestimenta y el calzado y de la energía eléctrica familiar en Uruguay para tres períodos. Los dos primeros están en base diciembre de 1985; el tercero, en base 1968. A partir de los valores de la tabla, podemos decir que entre diciembre de 1985 y diciembre de 1992, los precios de la vestimenta y calzado crecieron más que los de los alimentos y de la bebida. Pero no podemos hacer una rápida comparación con la tarifa de la energía: precisamos correr la base para que los tres índices reflejen la variación respecto al mismo período. En el ejemplo, en las últimas filas del cuadro hemos recalculado los tres índices con base en diciembre de 1990: se trata simplemente de adjudicar el número 100 al nuevo período escogido y aplicar las variaciones de los índices originales.

Tal como aparece en el cuadro, suele encabezarse estas series escribiendo "dic./90=100", aunque en rigor no sea cierto que las ponderaciones sean las de diciembre de 1990. Si bien las notaciones suelen dar lugar a confusión, un corrimiento de base no significa un cambio de base. En la práctica, los organismos oficiales que elaboran las estadísticas nacionales publican los índices de forma que el número 100 coincide con el período tomado como base para fijar la estructura de ponderaciones. Esto es, las publicaciones oficiales no

suelen realizar corrimientos de base en sus boletines de divulgación. Los corrimientos de base suelen aparecer en trabajos de investigación, artículos de prensa, etc.

Cuadro 5: Índices de precios seleccionados, Uruguay

| | Dic. 1990 | Dic. 1991 | Dic. 1992 |
|--|-----------|-----------|-----------|
| Alimentos y bebidas (dic./85)=100 | 2009,20 | 3390,82 | 5157,42 |
| Vestimenta y calzado (dic./85=100) | 2177,43 | 4228,02 | 6694,97 |
| Energía eléctrica familiar (1968=100) | 2861,46 | 4723,88 | 7133,06 |
| Alimentos y bebidas (dic./90)=100 | 100 | 168,76 | 256,69 |
| Vestimenta y calzado (dic./90=100) | 100 | 194,17 | 307,47 |
| Energía eléctrica familiar (dic./90=100) | 100 | 165,09 | 249,28 |

IV. SERIES DE TIEMPO

Muy a menudo, las observaciones de las variables -esto es los datos- se realizan en momentos equidistantes del tiempo. Definamos dos nuevos conceptos:

Una **variable de serie de tiempo** es la que se observa o evalúa en momentos específicos (normalmente equidistantes) del tiempo^{1/}. A su vez, una **serie de tiempo** es un conjunto de mediciones sucesivas o seriadas acerca de una variable de serie de tiempo.

Prácticamente todos los índices que elaboran las oficinas públicas se publican en series, esto es, en forma regular: diaria, semanal, mensual, trimestral o anual. Por eso es poco práctico utilizar índices de Paasche, ya que requeriría elaborar nuevas ponderaciones para cada período.

^{1/}Mendenhall, William. Estadística para Administradores. Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1988. Aquí se presenta la siguiente definición del número índice: "es aquél que mide el cambio de una variable de serie de tiempo en relación con un año base".

Cuando analizamos la evolución de una variable, debemos ser cuidadosos al definir cuáles son los factores que afectan el comportamiento de una serie de tiempo ^{6/}.

Por ejemplo, el precio de los tomates suele crecer en invierno debido a su escasez y caer en el verano: para analizar este precio ¿podemos simplemente relevarlo en diciembre y en agosto y concluir que está cayendo? También sabemos que en diciembre los precios de los bienes tienden a ser más altos debido a las compras que se realizan para las fiestas y que, en marzo, los precios de los útiles escolares crecen. Otro problema que se plantea a menudo en el caso de Uruguay es que en algunos años la semana de turismo cae en marzo y en otros en abril. ¿Cómo comparamos la producción del primer trimestre de diferentes años? Debemos también recordar que la actividad industrial está afectada por la producción de la rama "refinerías de petróleo", cuya intensidad en distintos meses depende de las decisiones de ANCAP, etc.

^{6/} A menudo, el análisis de las series de tiempo se utiliza para predecir los valores futuros de la variable estudiada, buscando las regularidades de la serie. Cuando basamos nuestros pronósticos en esas regularidades, estamos expresando la confianza en que el futuro se deriva del pasado con cierto grado de persistencia y que lo que ha sucedido en el pasado seguirá sucediendo, en mayor o menor grado, en el futuro.

Estos ejemplos dan cuenta de los problemas que podemos encontrar al analizar una serie. Freund et al ^{1/} presentan uno de los enfoques de mayor aceptación, que considera a una serie de tiempo como la combinación de cuatro elementos.

El primero de ellos es la **tendencia secular**, o **tendencia de largo plazo**, que "se trata del movimiento subyacente uniforme o regular de una serie en un período de tiempo muy largo. En términos intuitivos, la tendencia de una serie de tiempo caracteriza el patrón gradual y consistente de las variaciones de la propia serie, que se consideran consecuencias de fuerzas persistentes que afectan el crecimiento o la reducción (...) y que ejercen su influencia con relativa lentitud."

Por ejemplo, una serie de tiempo de la tarifa de los hoteles en zona balnearia puede variar hacia arriba cuando comienza la temporada veraniega, tener un pico en Carnaval, descender levemente en marzo, crecer en la semana de turismo y caer abruptamente durante el invierno para luego comenzar a subir nuevamente. Más allá de esta variación durante el año, tendría una tendencia gradualmente ascendente en el marco del crecimiento generalizado de precios que conoce el país. Conocer la tendencia de una serie es a menudo crucial para las tomas de decisiones: por ejemplo, la previsión de una tendencia creciente del ingreso de los turistas al país puede inducir las inversiones de las empresas en el sector hotelero.

El segundo elemento consiste en la **variación estacional**, que "corresponde a los movimientos en una serie de tiempo (...) que recurren año tras año en los mismos meses (o en los mismo trimestres) del año poco más o menos con la misma intensidad." Por ejemplo, tradicionalmente la demanda de cerveza en Uruguay crece en el verano. Debido a que para las empresas resulta caro producir durante todo el año y mantener el stock durante los meses de bajo consumo, la estacionalidad se refleja en ventas, producción y utilización de las plantas. En este ejemplo, así como en el consumo de helado, el ritmo de producción debe adaptarse a los factores estacionales. En otros ejemplos, como en el caso de verduras y frutas, la estacionalidad se refleja en producción, ventas y precio.

Un tercer componente de una serie de tiempo es la **variación irregular**. "En las series de tiempo, las variaciones irregulares son de dos clases: 1) variaciones que son provocadas por acontecimientos especiales, fácilmente identificables, como las elecciones, guerras, inundaciones, terremotos, huelgas y deficiencias de

^{2/}Freund, John; Williams, Krank; Perles, Benjamin. Estadística para la Administración. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México, 1990.

los bancos; y, 2) variaciones aleatorias o por casualidad, cuyas causas no se pueden señalar en forma exacta". En general, cuando la variación es del primer tipo, podemos intentar eliminar los datos que reflejan su impacto.

Por último, "la **variación cíclica** se define a veces como aquélla que permanece en una serie, después de que se han eliminado las tendencias y las variaciones estacional e irregular." Hemos optado por recoger esta definición, aunque la denominación de cíclica proviene de que este proceso de eliminación suele utilizarse para medir los ciclos comerciales. Existen diversas teorías para explicar la existencia de estos ciclos, pero hay quienes niegan su existencia. En términos generales, los ciclos consisten en movimientos recurrentes en la actividad económica que provienen de causas diferentes que los estacionales. La teoría suele distinguir cuatro fases del ciclo: prosperidad, recesión, depresión y recuperación. Así, el empleo, índices de la bolsa, producción, inversión, etc., tienen a tomar valores por encima de su tendencia en períodos de prosperidad y por debajo en períodos de recesión.

Definidos los componentes que se pueden distinguir en una serie temporal, se presenta un breve esquema descriptivo para abordar la forma en que interactúan. Los componentes, al ser agregados, forman la serie observada Y_t . Una de las formas más usuales es considerar que interactúan en forma aditiva, según la relación:

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

donde T_t denota la tendencia, C_t el componente cíclico no estacional, S_t el componente estacional e I_t el componente irregular. Otra forma de agregación que resulta muy utilizada es la multiplicativa, dada por:

$$Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t$$

En esta especificación, los componentes irregular y estacional son una proporción de la tendencia y no una cantidad absoluta que se suma independientemente del nivel de la tendencia. Cuando se sigue el esquema multiplicativo, la transformación de la serie en logaritmos sigue el esquema aditivo. En lo que sigue, las letras denotarán uno u otro enfoque, realizando la transformación apropiada.

Los componentes que están a la derecha de la igualdad no son observables. Se han desarrollado un conjunto de metodologías para aproximarlos a partir del dato agregado, que es el único que realmente se observa.

Usualmente ciclo y tendencia son muy difíciles de distinguir en la práctica, por lo que es usual agruparlos en un componente único ciclo-tendencia, que denotamos T_t . La descomposición a realizar es entonces:

$$Y_t = T_t + S_t + I_t$$

A partir de alguna estimación del componente estacional S_t , se construye la serie desestacionalizada Y_t^d que surge de restar a la serie observada Y_t el componente estacional. La serie desestacionalizada es igual, por definición, a la suma de los componentes tendencial e irregular:

$$Y_t^d = T_t + I_t$$

Los organismos oficiales que elaboran las estadísticas a veces publican, además de los datos y/o números índices correspondientes, algunas series en las que se intenta suavizar o incluso eliminar los componentes irregulares, estacionales y/o cíclicos. Existen diversas formas de cálculo de los diferentes componentes de una serie pero no las estudiaremos aquí y nos limitaremos a explicar algunos conceptos necesarios para la comprensión de la información de divulgación. El proceso de regularizar una serie suavizando sus picos suele denominarse **alisar** la serie, esto es, regularizarla suavizando sus picos.

A menudo los organismos oficiales publican la información en series **desestacionalizadas**. Ello significa que se intenta eliminar el componente estacional, indicando cual debería ser la evolución de la variable de no existir variaciones estacionales.

Una de las maneras sencillas de alisar una serie es utilizar el método de **promedios móviles**. Un promedio móvil se calcula promediando un determinado número de valores en secuencia de la variables, de modo que se asigna a un período dado el promedio de los períodos inmediatamente anteriores e inmediatamente posteriores, incluyendo el valor central. El método de promedios móviles ayuda a suavizar los efectos de la variación aleatoria y permite, si se elige correctamente los períodos que se promedian, eliminar las variaciones cíclica e irregular cuando la duración de los ciclos es constante y las amplitudes de los ciclos son iguales.

EJERCICIOS

1. A partir de la información del Cuadro 1 del texto, realice los siguientes ejercicios.
 1. Calcule el índice de volumen de ventas de alfajores para los años 1 a 4 en base año 2.
Sol: 89.3; 116.7; 204.9; 106.2
 2. Calcule el índice del valor de las ventas de alfajores para los años 1 a 4 en base promedio de los años 1 y 2.
Sol: 83.3; 116.7; 204; 198.2
 3. Calcule la variación del precio de los alfajores para el año 3 respecto al año 2, utilizando números índices.
 4. Calcule la variación del valor de las ventas de los alfajores en el año 4 respecto al año 3, utilizando números índices.
2. La siguiente información proviene de los Censos de Población del Uruguay y está expresada en miles de personas:

| Fecha Censal | Montevideo | Interior |
|--------------|------------|----------|
| 1963 | 1.202,8 | 1.392,8 |
| 1975 | 1.237,2 | 1.551,2 |
| 1985 | 1.312,0 | 1.643,3 |

Compare, usando números índices, el cambio porcentual de la población de Montevideo e Interior entre 1963 y 1985.

3. Calcule los índices de precio, producción y valor de la producción del pan y de las galletas, así como el del valor monetario de la producción de la panadería, en base año 1, a partir de la información presentada en el cuadro 2 del texto.
4. Con la información del cuadro 2, calcule el índice de producción de la panadería utilizando un índice de Laspeyres en base año 2.
Sol: 100; 100; 112.7; 156.7

5. Con la información del cuadro 2, calcule el índice de precios de la panadería utilizando un índice de Laspeyres en base año 1.

Sol: 100; 171.9; 171.9; 225

6. La siguiente información proviene de los relevamientos de los Censos de Población del Uruguay:

| Fecha Censal | Miles de personas |
|--------------|-------------------|
| 1852 | 132,0 |
| 1860 | 229,5 |
| 1963 | 2.595,5 |
| 1975 | 2.788,4 |
| 1985 | 2.955,2 |

Utilizando 1852 como período base, construya el índice de población para los años de la tabla.

7. Utilizando el índice calculado en el ejercicio 2, compare los resultados obtenidos con el índice de producción en base año 1 del texto, realizando un corrimiento de la base.
8. Suponga que en el año 1 fueron producidas 1200 toneladas del bien A y 2400 unidades del bien B y que los precios de cada bien fueron \$5 la tonelada del bien A y \$ 20 la unidad del bien B. En el año 2, la producción de A fue 2400 toneladas y la producción de B fue 2000 unidades; los precios fueron \$10 y \$20 la tonelada y unidad respectivamente.

1. Calcule el valor de la producción de los dos años a precios del año 1.

Sol: 54.000; 52.000

2. Calcule el índice de volumen físico (de Laspeyres) del año 2 en base año 1. ¿Cuál ha sido su variación en el año 2 en dicha base?

Sol: 96.3; -3.7%

3. Calcule el valor de la producción de los dos años a precios del año 2.

Sol: 60.000; 64.000

4. Calcule el índice de volumen físico (de Laspeyres) del año 1 en base año 2. ¿Cuál ha sido su variación en el año 2 en dicha base?

Sol: 93.75; 6.7%

5. Calcule el índice de precios del año 2 en base 1. ¿Cuál ha sido la variación de precios del año 2 respecto al año 1 en dicha base?

Sol: 111.1; 11.1%

6. Calcule el índice de precios del año 1 en base 2. ¿Cuál ha sido la variación de precios del año 2 respecto al año 1 en dicha base?

Sol: 93.75; 6.7%